

Chapitre 1

LES BASES DE L'ELECTRODYNAMIQUE

Notations utilisées dans le cours :

Sauf précisions, on utilise les notations conventionnelles suivantes :

"minuscules" : $u, i, p, \dots$: grandeurs fonctions du temps, en remplacement de $u(t), i(t), p(t), \dots$

"MAJUSCULES" : $U, I, U_{\text{moy}}, \dots$: grandeurs indépendantes du temps.

"Caractères gras" : $\vec{E}, \vec{B}, \vec{F}, \dots$: grandeurs vectorielles, en remplacement de $\vec{E}, \vec{B}, \vec{F}, \dots$

"Caractères soulignés" : $\underline{U}, \underline{I}, \underline{Z}, \dots$: grandeurs complexes associées à des grandeurs sinusoïdales.

I. DEFINITIONS.

I.1. Courant

I.1.a. Définition.

Un courant électrique est une circulation de porteurs de charges électriques. L'intensité du courant électrique est la grandeur qui quantifie le débit de charge en un point du circuit.

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (\text{I-1})$$

L'orientation du circuit en ce point fait que l'intensité est une grandeur algébrique (avec un signe). C'est une variable de flux.

I.1.b. Loi des intensités (loi des nœuds).

La somme de toutes les intensités des courants entrant dans une portion de circuit est nulle.

I.1.c. A.R.Q.S. :

La loi qui précède ne peut être considérée comme exacte que dans le cadre de l'approximation des régimes quasi stationnaires (ARQS) : c'est à dire dans les cas où le produit de la dimension du circuit par la fréquence des intensités considérées est très inférieur à la célérité (vitesse) de la lumière.

Par exemple, pour des fréquences de l'ordre de 1 MHz, la dimension du circuit doit être très inférieure à 300 m.

I.2. Tension ou d.d.p.

I.2.a. Définition

C'est une variable d'effort. Pour obtenir une circulation de courant dans un circuit, il faut qu'au moins deux points de ce circuit soient à un instant donné à des potentiels différents.

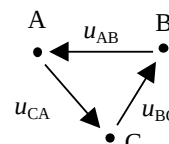
C'est une grandeur algébrique. Conventionnellement, on représente la tension $u_{AB} = v_A - v_B$ entre les points

A et B du circuit par une flèche dirigée vers le point A (la première des deux lettres A et B).



I.2.b. Loi des tensions (loi des mailles).

La somme des tensions effectuée en parcourant une maille est nulle.



En effet $v_A - v_A = 0$

$$\Rightarrow v_A - v_B + v_B - v_C + v_C - v_A = 0$$

$$\Rightarrow u_{AB} + u_{BC} + u_{CA} = 0$$

I.3. Dipôle

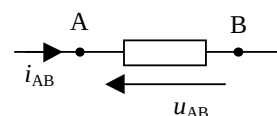
I.3.a. Définition.

Élément d'un circuit électrique comportant deux bornes. Il impose une relation entre la tension u à ses bornes et l'intensité du courant i qui le traverse.

La fonction f liant u à i : $u = f(i)$ imposée par le dipôle est appelée *caractéristique* du dipôle. Par extension ce terme désigne aussi la représentation graphique de cette fonction.

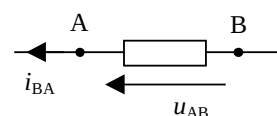
I.3.b. Convention de fléchage.

- Convention récepteur :



Le courant et la tension sont fléchés en sens inverse. Cela permet d'obtenir deux grandeurs positives pour des dipôles s'opposant à la circulation du courant.

- Convention générateur :



Le courant et la tension sont fléchés dans le même sens. Cela permet d'obtenir deux grandeurs positives pour des dipôles favorisant la circulation du courant.

Ces deux conventions existent du fait de la répugnance de nos anciens à utiliser les nombres négatifs.

I.3.c. Puissance électrique

La puissance instantanée mise en jeu par un dipôle est :

$$p = u \cdot i \quad (I-2)$$

Cette puissance correspond à la puissance consommée lorsque u et i sont fléchés selon la convention récepteur et à la puissance fournie lorsqu'ils sont fléchés avec la convention générateur.

I.4. Vocabulaire

- *Conducteur* : partie du circuit
- *Nœuds* : connexion de plusieurs conducteurs

Les définitions suivantes sont extraites du décret du 14 novembre 1988 (88-1056), section I article 2, disponible sur le site <http://www.legifrance.gouv.fr>

- *Circuit* : ensemble de conducteurs et de matériels alimentés à partir de la même origine et protégés contre les surintensités par le ou les mêmes dispositifs de protection.
- *Masse* : est la suivante "partie conductrice d'un matériel électrique susceptible d'être touchée par une personne, qui pas normalement sous tension mais peut le devenir en cas de défaut d'isolement des parties actives de ce matériel"
- *Point froid ou potentiel de référence* : potentiel par rapport auquel on va mesurer les diverses tensions du circuit.
- *Terre* : le décret du 14 novembre 1988 indique : "Masse conductrice de la terre, dont le potentiel électrique en chaque point est considéré comme égal à zéro."

Remarque : fréquemment les GBF qui alimentent les montages ont leur point froid relié à la masse elle-même reliée à la terre, d'où les confusions faites sur ces différents termes.

II. DIPOLES LINEAIRES

Ce sont des dipôles pour lesquels la fonction f , telle que $u = f(i)$, est une fonction différentielle à coefficients constants.

Exemples :

$$u = A$$

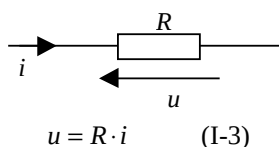
$$u = A \cdot i$$

$$u = A \cdot i + B \cdot \frac{di}{dt}$$

II.1. Résistances.

II.1.a. Equation caractéristique

Pour une résistance on a :



au cours du temps, tension et courant sont homothétiques (de même forme).

II.1.b. Puissance consommée

$$p = R \cdot i^2 = \frac{u^2}{R} \quad (I-4)$$

On constate que cette puissance est à chaque instant positive : la résistance est un élément dissipatif.

II.1.c. Précaution d'emploi

En régime établi, la résistance ne doit pas dissiper une puissance supérieure à $P_{\max}$ dont la valeur est en général prescrite par le constructeur. On en déduit les valeurs maximales du courant et de la tension à ne pas dépasser à l'aide de la formule (I-4).

La puissance dissipée l'est sous forme de chaleur, et c'est souvent l'augmentation de température qui est responsable de la destruction du composant. Pour des durées limitées, il est parfois possible de dépasser $P_{\max}$, mais cela dépend de l'inertie thermique de la résistance. En l'absence d'indication du constructeur, il est hasardeux de tenter sa chance !

II.1.d. Lois d'association

- En série : $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 \quad (I-5)$

- En parallèle : $R_{\text{eq}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (I-6)$

Remarques :

- La conductance d'une "résistance" est la grandeur

$$G \text{ telle que : } G = \frac{1}{R} \quad (I-7)$$

La relation (I-6) peut alors s'écrire : $G_{\text{eq}} = G_1 + G_2$

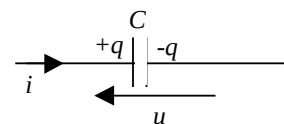
- Un conducteur idéal sera supposé avoir une résistance nulle : $R = 0$.

- La résistance d'un conducteur homogène non idéal de section s et de longueur l est : $R = \rho \cdot \frac{l}{s} \quad (I-8)$

II.2. Condensateurs

II.2.a. Equation caractéristique

Pour un condensateur on a :



$$q = C \cdot u \Rightarrow \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du}{dt} \quad (I-9)$$

$$i = C \cdot \frac{du}{dt} \quad (I-10)$$

l'équation (I-10) montre que la tension aux bornes du condensateur ne peut pas subir de discontinuité, cela correspondrait en effet à un courant d'intensité infinie, donc à une puissance infinie.

II.2.b. Puissance consommée

L'équation (I-10) conduit à :

$$p = u \cdot i = C \cdot u \cdot \frac{du}{dt}$$

En utilisant la relation mathématique suivante :

$$\frac{d(u^2)}{dt} = u \frac{du}{dt} + \frac{du}{dt} u = 2u \frac{du}{dt} \quad (\text{I-11})$$

on obtient la relation (I-12)

$$p = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \frac{d(u^2)}{dt} \quad (\text{I-12})$$

la puissance instantanée consommée par un condensateur est liée à la variation du carré de la tension à ses bornes : si celui ci augmente, le condensateur consomme de la puissance. Mais si le carré de la tension à ses bornes diminue alors le condensateur fournit de la puissance au reste du circuit.

L'énergie échangée entre 2 instants t_i et t_f vaut :

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (u_{Cf}^2 - u_{Ci}^2) \quad (\text{I-13})$$

II.2.c. Précaution d'emploi

Il ne faut pas dépasser en valeur instantanée la valeur maximale de la tension prescrite par le constructeur. En cas de dépassement, même très bref, on risque de provoquer un claquage entraînant la destruction du composant.

D'autre part les condensateurs électrochimiques sont polarisés : une tension inverse à leurs bornes provoque un dégagement gazeux qui peut conduire à une explosion.

II.2.d. Lois d'association

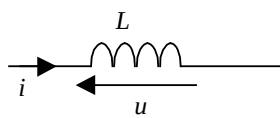
- En parallèle : $C_{eq} = C_1 + C_2$ (I-14)

- En série: $C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ (I-15)

II.3. Inductances.

II.3.a. Equation caractéristique

Une inductance L est un dipôle tel que :



$$u = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (\text{I-16})$$

Cette relation vient de l'expression du flux du champ magnétique et de la loi de Faraday qui seront vues en magnéto-statique :

$$\Phi = L \cdot i \quad \text{et} \quad u = \frac{d\Phi}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt} \quad (\text{I-17})$$

L'équation (I-16) montre que l'intensité du courant traversant une inductance ne peut pas subir de discontinuité, cela correspondrait en effet à une tension infinie à ses bornes, donc à une puissance infinie.

II.3.b. Puissance consommée

L'équation (I-16) conduit à :

$$p = u \cdot i = L \cdot i \cdot \frac{di}{dt}$$

En utilisant la même transformation mathématique que pour le condensateur, on obtient la relation (I-18)

$$p = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{d(i^2)}{dt} \quad (\text{I-18})$$

la puissance instantanée consommée par une inductance est liée à la variation du carré de l'intensité qui la traverse : si celui ci augmente, l'inductance consomme de la puissance. Elle en fournit dans le cas contraire.

L'énergie échangée entre 2 instants t_i et t_f vaut :

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot (i_{Lf}^2 - i_{Li}^2) \quad (\text{I-19})$$

II.3.c. Précaution d'emploi

Il ne faut pas dépasser en valeur instantanée la valeur maximale de l'intensité prescrite par le constructeur. En cas de dépassement, même très bref, on risque de "saturer" le circuit magnétique, ce qui provoque une diminution brutale de la valeur de l'inductance pouvant entraîner une surintensité.

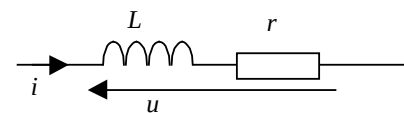
II.3.d. Lois d'association

- En série : $L_{eq} = L_1 + L_2$ (I-20)

- En parallèle: $L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$ (I-21)

Remarques :

- Les lois précédentes ne sont valables que pour des inductances non couplées magnétiquement.
- Les bobines utilisées comme inductances sont réalisées à l'aide de bobinage de fil de cuivre. La résistance de ces bobines n'est pas toujours négligeable ce qui conduit à modéliser une bobine réelle par l'association en série d'une inductance idéale L et d'une résistance r .

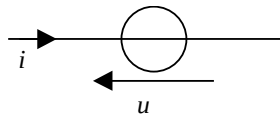


$$\text{avec : } u = L \cdot \frac{di}{dt} + r \cdot i \quad (\text{I-22})$$

II.4. Source de tension

II.4.a. Symbole et équation caractéristique

Une source idéale de tension est un dipôle tel que :

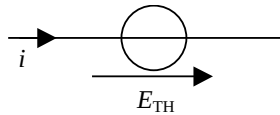


$$u = e_{TH} \text{ quelque soit } i \quad (I-23)$$

Nous ne considérerons dans ce chapitre que des sources de tensions continues, e_{TH} sera donc constant et noté E_{TH}

II.4.b. Puissance et précautions

On utilise en général pour ces dipôles la convention générateur, la grandeur p représente alors la *puissance fournie* :



$$p = u \cdot i = E_{TH} \cdot i$$

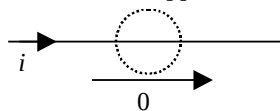
Cette puissance doit rester inférieure à une valeur maximale imposée par le constructeur, il s'ensuit qu'il existe une valeur maximale du courant que peut débiter cette source de tension.

II.4.c. Associations

- En série : $E_{eq} = E_1 + E_2$ (I-24)
- En parallèle : **il est interdit de placer en parallèle deux sources de tensions délivrant des tensions différentes.** Le courant de circulation serait en effet infini.

Remarques :

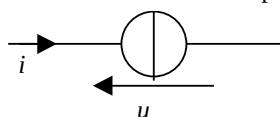
- Un conducteur parfait doit être considéré comme une source de tension nulle c'est à dire imposant :
 $U = 0$ quelque soit i .
- Rendre passive une source de tension consiste à poser $E_{TH} = 0$ c'est à dire que l'on transforme la source de tension en fil (conducteur parfait). Sur le schéma cela consiste à supprimer le cercle :



II.5. Sources de courant

II.5.a. Symbole et équation caractéristique

Une source idéale de courant est un dipôle tel que :



$$i = i_N \text{ quelque soit } u \quad (I-25)$$

Nous ne considérerons dans ce chapitre que des sources de courants continus, i_N sera donc constant et noté I_N

II.5.b. Puissance maximale

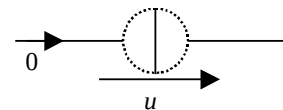
Ces sources de courant sont en général réalisées à l'aide de systèmes électroniques et la tension à leurs bornes est limitée à une valeur maximale U_{max}

La puissance que peut alors délivrer la source de courant est donc inférieure à :

$$p = u \cdot i = U_{max} \cdot I_N$$

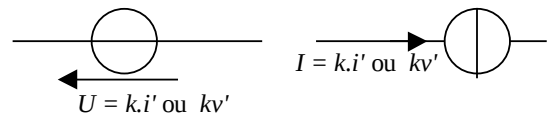
II.5.c. Associations et précautions

- En parallèle : $I_{eq} = I_1 + I_2$ (I-26)
- En série : **il est interdit de placer en série deux sources de courant délivrant des courants d'intensités différentes.**
- Une coupure du circuit doit être considérée comme une source de courant nul c'est à dire imposant :
 $I = 0$ quelque soit u .
- Il peut être dangereux d'ouvrir une branche contenant un générateur de courant car cela revient à placer en série avec elle une source de courant nul.
- Rendre passive une source de courant consiste à poser $I_N = 0$ c'est à dire consiste à transformer la source de courant en coupure du circuit. Sur le schéma cela consiste à supprimer le cercle :

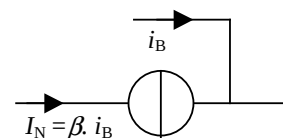


II.6. sources liées (ou sources commandées)

Il existe des sources de tension ou de courant dont la caractéristique est imposée par une autre tension ou un autre courant du circuit.



Exemple :

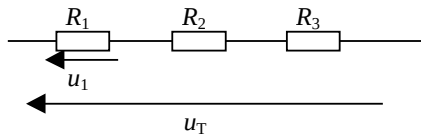


La valeur de l'intensité débitée par la source de courant est imposée par la valeur de i_B circulant dans une autre branche. Il s'agit alors d'une source de courant commandée en courant.

III. METHODE D'ETUDE DES CIRCUITS

III.1. Diviseur de tension, diviseur de courant.

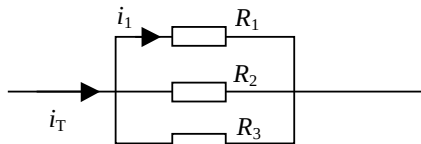
III.1.a. Diviseur de tension.



Lorsque plusieurs résistances sont en série, la tension aux bornes de l'une d'entre elle peut être déterminée par la relation :

$$u_1 = u_T \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = u_T \cdot \frac{R_1}{\sum_i R_i} \quad (\text{I-27})$$

III.1.b. Diviseur de courant.



Lorsque plusieurs résistances sont en parallèle, le courant qui traverse l'une d'entre elle peut être calculé par la relation :

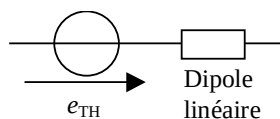
$$i_1 = i_T \cdot \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3} = i_T \cdot \frac{G_1}{\sum_i G_i} = i_T \cdot \frac{\frac{1}{R_1}}{\sum_i \frac{1}{R_i}} \quad (\text{I-28})$$

III.2. Générateurs réels

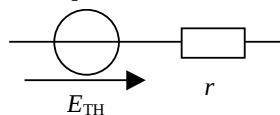
III.2.a. Modèle de Thévenin et modèle de Norton d'un générateur réel

Beaucoup de générateurs ne peuvent pas être considérés comme des sources idéales. Ils sont alors modélisés (dans un certain domaine de fonctionnement et au prix de quelques approximations) par l'association d'une source idéale et d'un dipôle linéaire.

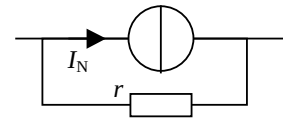
Le modèle équivalent de Thévenin (ou M.E.T.) d'un générateur réel comporte une source de tension en série avec un dipôle linéaire :



En continu la source de tension est une source de tension continue et le dipôle linéaire une résistance.



Le modèle équivalent de Norton (ou M.E.N) d'un générateur réel comporte une source de courant en parallèle avec un dipôle linéaire. En continu c'est l'association en parallèle d'une source de courant et d'une résistance :



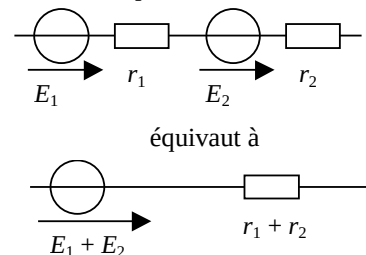
Equivalence des deux modèles :

Les résistances r des deux modèles sont les mêmes. Les trois paramètres E_{TH} , I_N et r sont liés par la relation :

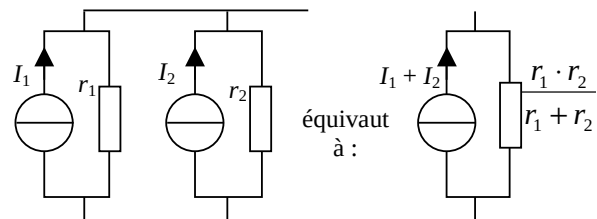
$$E_{TH} = r \cdot I_N \quad (\text{I-29})$$

III.2.b. Loys d'associations des générateurs réels.

- **En série** : On transforme chaque générateur en M.E.T., puis on associe les sources de tensions entre elles, et les dipôles linéaires entre eux :



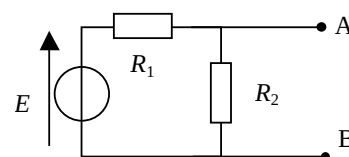
- **En parallèle** : On transforme chaque générateur en M.E.N., puis on associe les sources de courant entre elles, et les dipôles linéaires entre eux :



III.3. Théorème de Thévenin et de Norton.

Toute portion de circuit comprise entre 2 bornes A et B et qui ne contient que des éléments linéaires peut être modélisée par un unique générateur équivalent de Thévenin ou de Norton.

Exemple :



III.3.a. Valeur à donner à E_{TH}

C'est la même que la valeur de la tension existant "à vide" entre A et B, c'est à dire celle que relèverait un voltmètre idéal placé entre les bornes A et B.

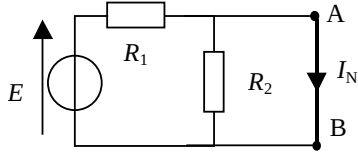
Pour l'exemple précédent on a :

$$E_{TH} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot E \quad : \text{ diviseur de tension.}$$

III.3.b. Valeur à donner à I_N

C'est celle de l'intensité qui circulerait à travers un fil reliant les bornes A et B c'est à dire celle mesurée par un ampèremètre idéal placé entre A et B.

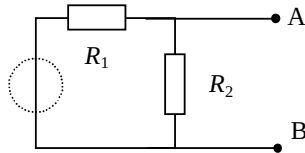
Dans notre exemple on obtient :



$$\text{soit : } I_N = \frac{E}{R_1} \quad ; R_2 \text{ étant court-circuitée.}$$

III.3.c. Valeur à donner à r

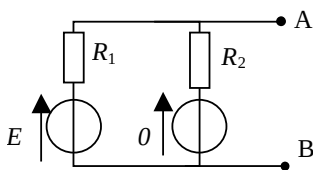
C'est la résistance équivalente à celle du dipôle AB rendu passif, soit pour l'exemple celui de la figure ci-dessous :



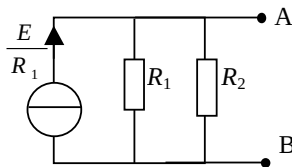
$$r = R_{eq} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \quad \text{Cf. (I-6)}$$

Remarques :

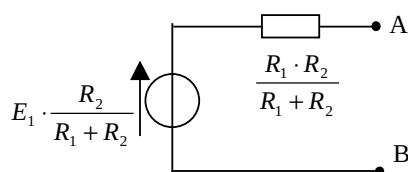
- La relation (I-29) liant ces trois valeurs, la détermination de deux d'entre elles est suffisante pour réaliser la modélisation.
- On aurait pu utiliser les lois d'association des générateurs pour trouver le résultat : Dans l'exemple précédent on peut considérer qu'il s'agit de 2 générateurs en parallèles :



que l'on transforme en modèles de Norton équivalents :



Ce qui conduit à :



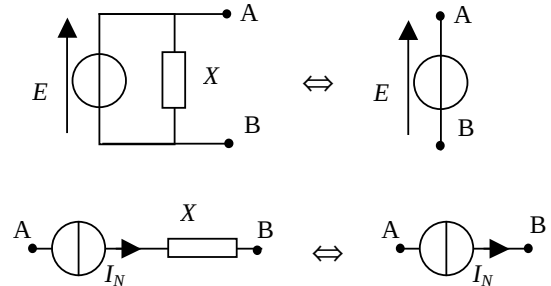
L'intérêt est que l'on peut remplacer ensuite cette portion de circuit par le dipôle équivalent trouvé, ce qui peut faciliter la résolution d'un problème.

III.3.d. Bon à savoir !

Lorsqu'on cherche le modèle équivalent d'un circuit on doit aussi appliquer les 2 règles suivantes :

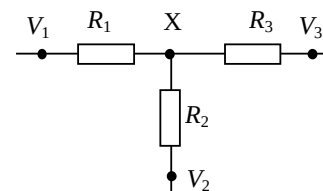
Tous les dipôles en parallèle avec une source de tension idéale peuvent être enlevés : En effet le générateur idéal de tension impose la tension à ses bornes quels que soient les dipôles reliés à ces mêmes bornes. Si ce n'était pas le cas, ce ne serait pas un générateur idéal de tension.

Tous les dipôles en série avec une source de courant idéale peuvent être enlevés : le générateur idéal de courant impose le courant qui le traverse quels que soient les dipôles en série avec lui..



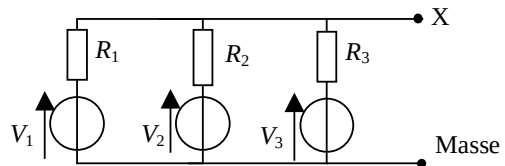
III.4. Théorème de Millman.

Il permet de trouver le potentiel d'un point du circuit lorsqu'on connaît les autres.

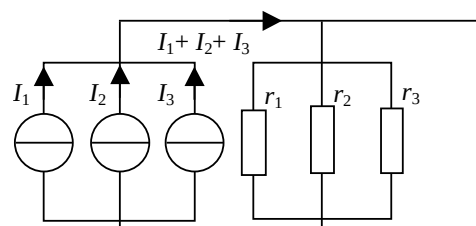


$$V_X = \frac{\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad (\text{I-30})$$

La démonstration est immédiate à l'aide de la modélisation par un ensemble de 3 générateurs en parallèle :



En remplaçant par les modèles de Norton équivalent on obtient :



Puis on applique la loi d'Ohm.

III.5. Théorème de superposition.

Dans un circuit ne comportant que des éléments linéaires et plusieurs sources, on peut calculer le potentiel d'un nœud du circuit (ou le courant dans une branche) en faisant la somme des potentiels (ou des courants) obtenus lorsqu'on rend passif toutes les sources indépendantes sauf une.

(Il est en revanche nécessaire de laisser les sources liées).

III.6. Dualité.

III.6.a. Définition

Soit un dipôle D imposant entre u et i la relation :

$$u = f_A(i)$$

Le dipôle D_d est le dual du dipôle D si il impose l'équation :

$$i = f_A(u) ; \text{ c'est à dire : } u = f_A^{-1}(i)$$

III.6.b. Exemples

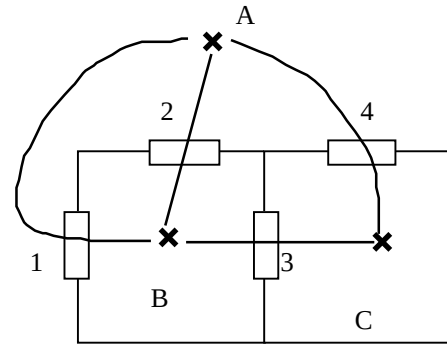
Nœud : ($\sum i = 0$)	Maille : ($\sum u = 0$)
Source de courant	Source de tension
Circuit ouvert	Court circuit
Interrupteur ouvert	Interrupteur fermé
Inductance	Condensateur
Résistance	Conductance
M.E.N.	M.E.T.
Dipôles en série : Traversés par le même courant	Dipôles en parallèle : Soumis à la même tension

III.6.c. Circuit dual

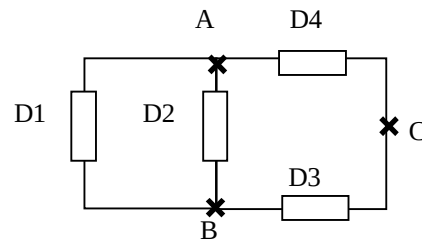
Le dual d'un circuit est un autre circuit dans lequel toutes les tensions auront à chaque instant la valeur des courants du circuit d'origine et réciproquement.

Pour déterminer le dual d'un circuit on utilise la méthode suivante :

- On place un point dans chaque maille du circuit. Chaque point correspondra à un nœud dual de cette maille dans le circuit dual.
- On place un point à l'extérieur du réseau.
- On relie ensuite ces points en passant sur les dipôles existants.



- Le circuit dual est constitué en plaçant l'élément dual de l'élément qui apparaît entre deux points du circuit source, entre les deux nœuds correspondants du circuit dual :



- L'orientation du circuit dual est obtenue en écrivant les équations de nœuds de ce circuit qui sont duales des équations de mailles du circuit source.

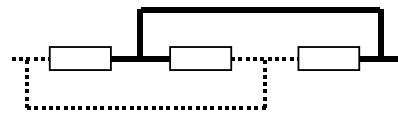
III.6.d. Intérêt.

Toutes les lois reliant les intensités dans un circuit sont applicables aux tensions dans le circuit dual et réciproquement.

Par exemples la formule du diviseur de courant peut être déduite par dualité de la formule du diviseur de tension.

III.7. Conseils pour la résolution des problèmes.

- Compter le nombre de nœuds dans le circuit. Par exemple le circuit ci dessous ne comporte que 2 nœuds donc une seule tension, les 3 dipôles sont donc en parallèle :



- Affecter le potentiel 0 à la masse du montage ou, à défaut de précision à la borne (-) du générateur délivrant la tension la plus élevée.
- Utiliser les lois permettant de réduire au maximum le circuit avec le minimum de calcul
- Vérifier que l'on utilise le diviseur de tension pour des résistances effectivement en série c'est à dire traversée par le même courant et le diviseur de courant pour des résistances effectivement en parallèle c'est à dire placées entre les mêmes nœuds.